

第八章 構材承受組合力及扭矩

8.1 適用範圍

本章適用於具雙對稱或單對稱斷面受組合作用力及扭矩之構材。

8.2 對稱構材承受彎矩及軸力之作用

1. 對稱斷面構材承受彎矩與軸力交互作用時，須滿足公式(8.2-1a)或(8.2-1b)之規定：

$$\text{當 } \frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2 \text{ 時}$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left[\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right] \leq 1.0 \quad (8.2-1a)$$

$$\text{當 } \frac{P_u}{\phi P_n} < 0.2 \text{ 時}$$

$$\frac{P_u}{2\phi P_n} + \left[\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right] \leq 1.0 \quad (8.2-1b)$$

其中，

P_u = 所需之軸拉力或軸壓力強度。

P_n = 標稱抗拉強度或標稱抗壓強度。

M_u = 所需之撓曲強度。

M_n = 標稱撓曲強度，依第七章相關規定計算。

x = 強軸， y = 弱軸。

ϕ = 為軸力載重下之強度折減係數：

$\phi = \phi_t$ 拉力作用下之強度折減係數，依第五章之規定。

$\phi = \phi_c$ = 壓力下之強度折減係數， $\phi_c = 0.85$

ϕ_b = 撓曲載重下之強度折減係數， $\phi_b = 0.90$

2. 所需之撓曲強度 M_u 可依非彈性二階分析或彈性二階分析來決定。若以一階之彈性分析設計結構，則須利用下述過程計算所需之撓曲強度：

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (8.2-2)$$

其中，

M_{nt} = 假設構架無側位移時，構材所需之撓曲強度

M_{lt} = 假設構架受側位移時，構材所需之撓曲強度

B_1 ：依下列規定計算：

(1) 含斜撐構架中之受束制壓力構材，且在彎曲面之支承點間無橫向載重時：

$$B_1 = \frac{0.64}{1 - (P_u / P_{e1})} \left[1 - \frac{M_1}{M_2} \right] + 0.32 \frac{M_1}{M_2} \geq 1.0 \quad (8.2-3)$$

$P_{e1} = A_g F_y / \lambda_c^2$ ，其中， λ_c 由公式(6.2-4)決定，且其有效長度取彎曲平面上之值， $K \leq 1.0$ 。

M_1/M_2 ：為所考慮彎曲平面上無支撐段兩端較小與較大彎矩之比值；當構材受彎成雙曲率彎曲時， M_1/M_2 之值為正值，當構材為單曲率彎曲時，則為負值。

(2) 含斜撐構架之壓力構材，且在構材兩端支承點間有橫向載重時，則 B_1 值須以合理之分析來決定。若無適當之分析可資遵循，則可採用下列之值：

$$\text{當構材之兩端有束制時} \quad B_1 = \frac{0.85}{(1 - P_u / P_{e1})} \geq 1.0$$

$$\text{當構材之兩端無束制時} \quad B_1 = \frac{1.0}{(1 - P_u / P_{e1})} \geq 1.0$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma P_u}{\Sigma P_{e2}}} \quad (8.2-4)$$

$$\text{或} \quad B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u \frac{\Delta_{oh}}{\Sigma HL}} \quad (8.2-5)$$

其中，

ΣP_u = 同一樓層中所有柱子所受軸向力之和

Δ_{oh} = 所考慮之樓層的側向位移，cm

ΣH = 樓層產生 Δ_{oh} 之樓層水平力之和，tf

L = 樓層高度，cm

$P_{e2} = A_g F_y / \lambda_c^2$ ，其中， λ_c 依公式(6.2-4)計算，又該式中在彎曲平面上之有效長度係數 K 應依 4.8 節第 2 款決定，且不得小於 1.0。

解說：當採用公式(8.2-2)計算 M_u 之值，且 B_1 之計算值等於或小於 1 時，對僅在端點有側向支撐且受強軸彎曲之構材其最大彎矩將發生於構件端部。原 AISC 公式(1.6-1a)及(1.6-1b)（自 1961 年起）已被更合理簡化之本章公式(8.2-1a)及(8.2-1b)所取代。原 AISC(1.6-1a)式乃檢核構材之穩定性，(1.6-1b)式則檢核其強度。本章公式則依 $P_u / \phi P_n$ 來決定使用(8.2-1a)式或(8.2-1b)式。若只考慮單軸彎矩，其互制曲線則如圖 C8.2-1 所示。

本章公式中之 $P_u / \phi P_n$ 一項和原 AISC 公式之 f_a / F_a 一項具相同之重要性，這表示 P_n 必須依最大的有效長細比 Kl/r 來計算。在導引評估公式 (8.2-1a) 及(8.2-1b)時曾探討使用 $K=1.0$ 之可行性，結果發現使用 $K=1.0$ 之預估值與

參考文獻(Kanchanalui 1977)所示之 82 組「正確」解之間的誤差很大，縱使以實際之 k 值再檢核 $P_u \leq \phi P_n$ ，其誤差仍然太大；因此在使用公式(8.2-1a)及(8.2-1b)時，必須以實際之 k 值來預估 P_n 值。此外，參考文獻(ATC Publication 1978)亦顯示公式(8.2-1a)及(8.2-1b)並不適用於構架在地震下大位移時之結構穩定設計。

本規範對於二階效應之考慮與過去之 AISC-ASD 規範有極大之不同，對於大部分結構之分析方法係採用一階分析(First Order Analysis)，假設側位移並不影響載重及應力分佈。惟對於較柔軟之結構系統如鋼結構而言，由側位移導致載重及內力之改變相當大，不容忽略，此種現象稱之為二階效應。AISC 直到 1961 年 ASD 規範梁-柱相互影響公式中，才將二階效應之影響以彎矩放大考慮如下：

$$\frac{C_m}{1 - f_a / F_e'} \quad (C8.2-1)$$

其中， C_m 為彎矩之修正係數， f_a 為梁-柱之軸向壓應力， F_e' 為考慮安全係數後之 Euler Stress。(C8.2-1)式自 1961 年 AISC-ASD 沿用至今，惟以往之規範難要求確保構架之穩定，但並未建議如何考慮二階效應。近年來，極限設計法成為各國設計之主流，AISC-LFRD 更要求以二階彈性構架分析來考慮二階效應。

當結構以一階彈性方法分析時，AISC-LRFD 規範提供一簡化公式以考慮二階效應：

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{1t} \quad (C8.2-2)$$

其中： M_{nt} 為假設構架無側位移時，構材所需之撓曲強度

M_{1t} 為構架受側位移時，構材所需之撓曲強度

B_1 係考慮 P- Δ 效應之彎矩放大因子：

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - P_u / P_e} \geq 1.0 \quad (C8.2-3)$$

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (K \leq 1.0) \quad (C8.2-4)$$

對含斜撐構架中之受壓構材，且在彎曲面之支承點間無橫向載重時：

$$C_m = 0.6 - 0.4 M_1 / M_2$$

對含斜撐構架中之受壓構材，且在構材兩端支承點間有橫向載重時， C_m 值可以合理之分析決定，亦可採用下列之值：(1)構材兩端有束制時， $C_m = 0.85$ ；(2)構材兩端無束制時， $C_m = 1.0$ 。

對於由側向位移和軸向力引起之 P- Δ 效應，LRFD 係以彎矩放大因子 B_2 來考慮，其公式建議如下：

$$B_2 = \frac{1}{1 - \Sigma P_u \Delta_{oh} / \Sigma HL} \quad (C8.2-5)$$

$$\text{或 } B_2 = \frac{1}{1 - \Sigma P_u / \Sigma P_e} \quad (K \geq 1.0) \quad (C8.2-6)$$

其中， ΣP_u 為同層樓所有柱所需之軸向力和； Δ_{oh} 為該層樓之水平位移； ΣH 為同層樓之水平力總和； L 為樓層高度。

LRFD 所提供之彎矩放大因子相當簡化，易於使用，但由於 C_m 係數並未包含軸向力之影響，故無法正確地反映 P- Δ 效應之影響，尤其是在高軸向力時，誤差更大。本規範嘗試由精確解直接推導 B_1 係數。

承受彎矩及軸力作用且端點無側移發生之構件，由桿件中間段產生側向位移(δ)而造成桿件彎矩增大之效應，稱為 P- Δ 效應。以簡支梁承受彎矩 M_1 、 M_2 及軸向力 P (如圖 C8.2-2 (a)) 之構件並考慮 P- Δ 效應之最大彎矩表示如下：

$$M_{\max} = M_2 \sqrt{\frac{(M_1 / M_2)^2 + 2(M_1 / M_2) \cos KL + 1}{\sin^2 KL}} \quad (C8.2-7)$$

$$K = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{P}{P_e}} \quad (C8.2-8)$$

當 $M_1 = -M_2 = M$ ，則(C8.2-7)式可表示如下：

$$M_{\max} = M \sqrt{\frac{2(1 - \cos KL)}{\sin^2 KL}} \quad (C8.2-9)$$

若端點彎矩不等時，則以等值彎矩系統(如圖 C-8.2-2 (b))來表示 $M_{\max}$ ，得

$$\begin{aligned} M_{\max} &= M_2 \sqrt{\frac{(M_1 / M_2)^2 + 2(M_1 / M_2) \cos KL + 1}{\sin^2 KL}} \\ &= M_{eq} \sqrt{\frac{2(1 - \cos KL)}{\sin^2 KL}} \end{aligned} \quad (C8.2-10)$$

$$\begin{aligned} M_{eq} &= M_2 \sqrt{\frac{(M_1 / M_2)^2 + 2(M_1 / M_2) \cos KL + 1}{2(1 - \cos KL)}} \\ &= C_m M_2 \end{aligned} \quad (C8.2-11)$$

C_m 為端點彎矩不等之修正係數，其影響因素為 M_1 、 M_2 及含軸向力之係數 K ，(Massonnet 1959)建議下列之簡化式：

$$C_m = \sqrt{0.3(M_1 / M_2)^2 - 0.4(M_1 / M_2) + 0.3} \quad (C8.2-12)$$

LRFD 將上式更簡化為 $C_m = 0.6 - 0.4(M_1/M_2)$ 可得：

$$\begin{aligned}
M_{\max} &= M_{eq} \sqrt{\frac{2(1 - \cos KL)}{\sin^2 KL}} = M_{eq} \sec \left[\frac{KL}{2} \right] \\
&= C_m M_2 \sec \left[\frac{KL}{2} \right] \\
&= C_m \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_e}}
\end{aligned} \tag{C8.2-13}$$

$$M_{\max} \approx C_m \frac{1}{1 - P/P_e} M_2 = B_1 M_2 \tag{C8.2-14}$$

LRFD 係以上式來考慮 P- Δ 效應之影響，但由於 C_m 式過於簡化，並未將軸力考慮在內，其誤差隨著軸力之增加而變大，故無法正確地反映 P- Δ 效應。本規範直接由 C8.2-7~C8.2-11 及 C8.2-13 推導如下(Chen and Wang, 1999)：

$$\begin{aligned}
M_{\max} &= M_{eq} \cdot \sec(KL/2) = B_1^* M_2 \\
&= \sqrt{\frac{(M_1/M_2)^2 + 2(M_1/M_2) \cos KL + 1}{2(1 - \cos KL)}} \sec \left[\frac{KL}{2} \right] M_2
\end{aligned} \tag{C8.2-15}$$

$$B_1^* = \sqrt{\frac{(M_1/M_2)^2 + 2(M_1/M_2) \cos KL + 1}{2(1 - \cos KL)}} \sec \left[\frac{KL}{2} \right] \tag{C8.2-16}$$

由上式可建立 B_1 、 M_1/M_2 、 P/P_e 之關係圖如圖 C-8.2-3，經線性迴歸，簡化後得

$$B_1^* = B_{1a}(M_1/M_2) + B_{1b} \tag{C8.2-17}$$

而 B_{1a} 、 B_{1b} 、 P/P_e 經線性迴歸後表示如下：

$$\begin{aligned}
B_1^* &= \frac{0.64}{1 - \rho} (1 - M_1/M_2) + 0.32 \quad M_1/M_2 \geq 1.0 \\
\rho &= \frac{P}{P_e}
\end{aligned} \tag{C8.2-18}$$

上式之 B_1^* 即為本規範所採用之 P- Δ 效應彎矩放大因子，由圖 C8.2-4 可明顯看出，當 $P > 0.5P_e$ 時，LRFD 規範之建議式與精確式之差距增大，而當 $P > 0.8P_e$ 時，LRFD 之公式甚至有高估之現象，而本規範所建議之公式 (C8.2-18) 則與精確式相當接近，且 (C8.2-18) 式相當簡化，容易使用，故本規範以 B_1^* 取代 LRFD 之 B_1 ，並省略 C_m 係數。

當構架受到側向位移時，過去的規範要求所有的彎矩必須乘以 $0.85/(1 - f_d/F'_e)$ ，此將使得與側位移無關之彎矩（由重力產生）不必要地增加。本規範中的新係數 B_2 只針對側移之力所造成之彎矩，而且是對整個樓層計算。設計樓房構架時，若欲限制 Δ_{oh}/L 在某一定值之下，則可於個別構件設計之前，先行查出係數 B_2 。

另外，亦可針對不同的樓層類別，設定不同的側移極限，此使二次彎矩效應變為不重要(Kanchanalai and Lu 1979)，設計者亦可選擇不同的方法來計算 $B_2 M_{1t}$ (LeMessurier 1976, Kanchanalai and Lu 1979)。若將 B_2 用於側移與無側移彎矩之總合，則所得之結果將偏向保守，與 AISC-ASD 規範一樣。

當側移構架受重力載重時，可能同時產生上述兩種一階彎矩 M_{nt} 和 M_{1t} 。此處之 M_{nt} 可定義為無側移構架之構件所產生之彎矩。設有一不對稱的結構（或對稱結構受到不對稱載重）因相當大之束制力而無側位移，若將束制力解除，則將產生彎矩 M_{1t} ，此一彎矩必須乘以 B_2 ，對於大部分對稱結構而言，此種效應是可以省略的。若將此種彎矩 $B_2 M_{1t}$ 加到 $B_1 M_{nt}$ （未考慮側移）上，則可得到一個極精確的 M_{1t} 值。當然，由風力或地震等側力在側移構架中所產生之彎矩均為 M_{1t} ，且必須乘以 B_2 。

對於斜撐構架， $\phi_c P_n$ 永遠依據 $K \leq 1$ 定出，而 B_1 亦採用 $K \leq 1$ 之 P_e 值來決定，在結構分析中，係採用構件之真實長度，不論是斜撐或無斜撐構架， P_n 值均由最大長細比來決定，而不管是否在彎曲面。另一方面， P_e 值則由彎曲面之長細比來決定，因此，當彎曲僅對強軸發生時，須採用兩個不同的長細比值來求解。

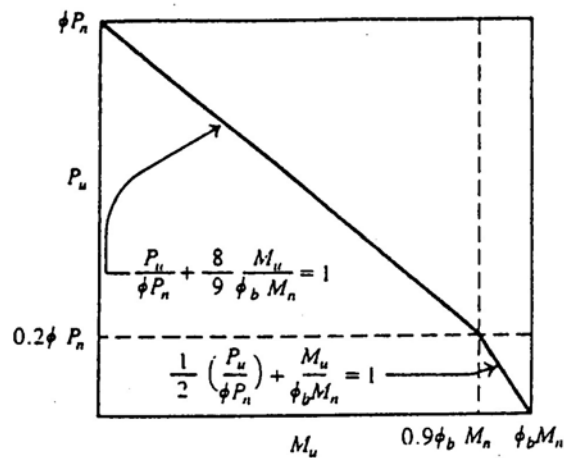


圖 C8.2-1 單軸彎曲之梁柱互制曲線

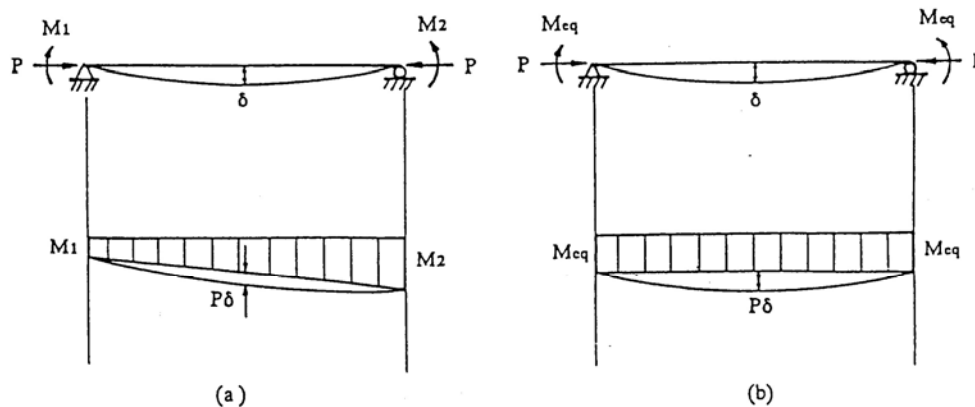


圖 C8.2-2 梁柱二階 P- Δ 效應

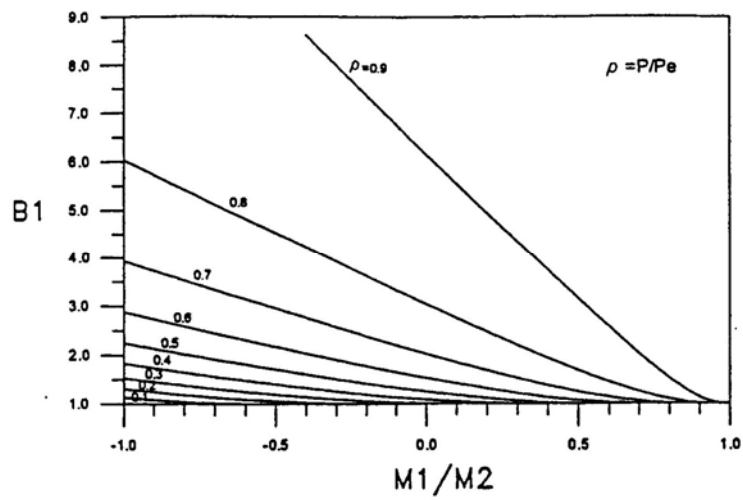
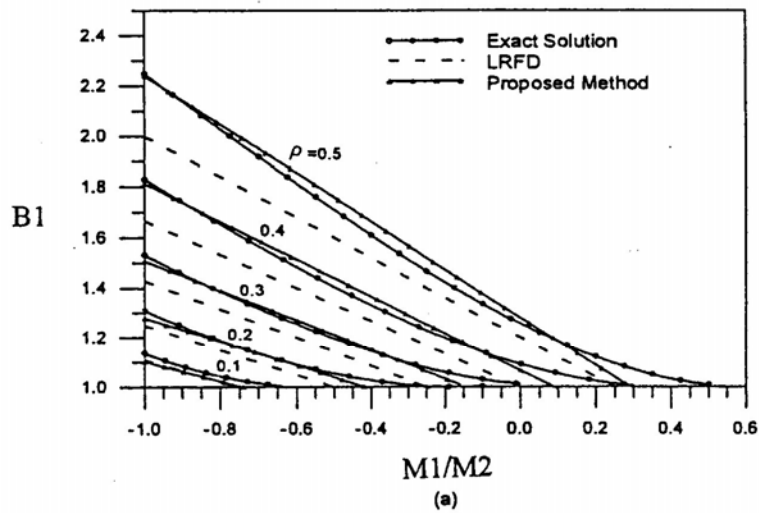
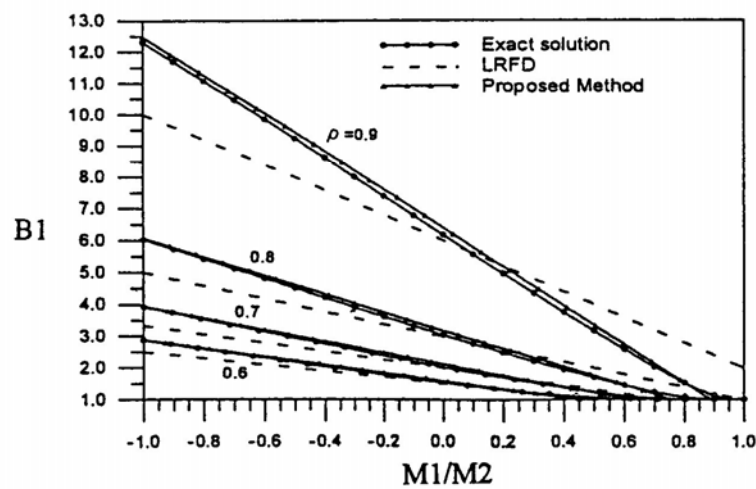


圖 C8.2-3 B_1 係數與 M_1/M_2 及 P/P_e 關係圖



(a)



(b)

圖 C8.2-4 理論值、LRFD、本規範建議 B_1 比較圖

8.3 構材承受組合力與扭矩之構材

此類構材之設計強度必須等於或大於其所需強度，所需強度為係數化載重下彈性分析所得之軸向應力 f_{un} 或剪應力 f_{uv} ，可分為以下幾種極限狀態：

1. 軸向應力作用下之降伏極限狀態：

$$f_{un} \leq \phi F_y \quad (8.3-1)$$

$$\phi = 0.90$$

2. 剪應力作用下之降伏極限狀態：

$$f_{uv} \leq 0.6 \phi F_y \quad (8.3-2)$$

$$\phi = 0.90$$

3. 挫屈極限狀態：

$$f_{un} \text{ 或 } f_{uv} \leq \phi_c F_{cr} \quad (8.3-3)$$

$$\phi_c = 0.85, F_{cr} \text{ 由附錄 2 之公式(A-2-2)或(A-2-3)決定。}$$

解說：當構材斷面及荷重型式（尤其是承受扭矩）不適用於 8.2 節之規定時，可依本節之規定來檢核。在使用本節之規定前應先以合理之彈性分析方法計算構材之最大軸應力、剪應力或彈性挫屈應力。若使用公式(6.2-2)或公式(6.2-3)來計算挫屈應力，則應以一對等之長細比參數(equivalent slenderness parameter) λ_e 來取代 λ_c 。 λ_e 之公式為：

$$\lambda_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} \quad (C8.3-1)$$

其中， F_e 為彈性挫屈應力。挫屈應力之計算步驟詳附錄 2。

在彈性區鄰近部分亦可容許受限制之局部降伏發生。

8.4 腹板深度變化之構材承受彎矩及軸力

對單一腹板之漸變斷面構材，承受壓力及對主軸之彎矩，可使用(8.2-1)式，但 P_n 與 P_{ex} 須以最小端之斷面性質並採用合宜之有效長度決定之。 M_{nx} 、 M_u 及 M_{px} 之決定則採較大端之性質， $M_{nx} = (5/3)S'_x F_{br}$ ，其中， S'_x 為較大端之彈性斷面模數， F_{br} 為漸變斷面構材之設計撓曲應力， B_1 之規定如下：

$$B_1 = \frac{C_m^I}{1 - (P_u / P_{e1})} \geq 1.0 \quad (8.4-1)$$

1. 當構材承受端部彎矩並造成單曲率撓曲且兩端之計算彎矩大約相等：

$$C_m^I = 1.0 + 0.1 \left[\frac{P_u}{\phi_b P_{ex}} \right] + 0.3 \left[\frac{P_u}{\phi_b P_{ex}} \right]^2 \quad (8.4-2)$$

2.當無側撐段之較小端，其計算彎矩等於 0 時：

$$C_m^l = 1.0 - 0.9 \left[\frac{P_u}{\phi_b P_{ex}} \right] + 0.6 \left[\frac{P_u}{\phi_b P_{ex}} \right]^2 \quad (8.4-3)$$

若有效長細比參數 $\lambda_{eff} \geq 1.5$ 且組合應力沿梁長逐段校核（ λ_{eff} 見 6.7 節），斷面積與斷面模數可依其實際值計算。

8.5 符號說明

P_u = 所需之軸拉力或軸壓力強度。

P_n = 標稱抗拉強度或標稱抗壓強度。

M_u = 所需之撓曲強度。

M_n = 標稱撓曲強度，依第七章相關規定計算。

x = 強軸， y = 弱軸。

ϕ = 為軸力載重下之強度折減係數。

$\phi = \phi_t$ 拉力作用下之強度折減係數。

$\phi = \phi_c$ = 壓力下之強度折減係數。

ϕ_b = 撓曲載重下之強度折減係數。

M_{nt} = 假設構架無側位移時，構材所需之撓曲強度。

M_{lt} = 假設構架受側位移時，構材所需之撓曲強度。

ΣP_u = 同一樓層中所有柱子所受軸向力之和。

Δ_{oh} = 所考慮之樓層的側向位移，cm

ΣH = 樓層產生 Δ_{oh} 之樓層水平力之和，tf

L = 樓層高度，cm